Оригинальное исследование

УДК: 37.016:51 + 372.851 +37.091.3:51 **DOI: 10.18413/2313-8971-2026-12-2-0-6**

Малютин Е.В.

Протокол поиска решения комбинаторной задачи как граничный объект

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина),
ул. Профессора Попова, д. 5, литера Ф, Санкт-Петербург, 197022, Россия
egormalyutin1997@gmail.com

Статья поступила 28 марта 2026; принята 17 июня 2026; опубликована 30 июня 2026

Аннотация. *Введение.* В условиях распространения цифровых образовательных сред и систем искусственного интеллекта особую актуальность приобретает проблема передачи математических смыслов в обучении. Доступность готовых решений не гарантирует формирования у студентов собственных способов рассуждения, что особенно значимо при обучении комбинаторике, где требуется построение модели, выбор способа перебора и обоснование решения. *Цель.* Выявить условия, при которых система Wise Tasks Combinatorics может выступать граничным объектом в обучении комбинаторике. *Материалы и методы.* Исследование основано на анализе работы студентов с цифровой средой, поддерживающей решение, конструирование и верификацию комбинаторных задач. Сопоставлялись самостоятельная работа, работа с обязательным протоколированием процесса решения и работа при педагогическом сопровождении. Анализировались протоколы решений, ошибки, число попыток и особенности рассуждений. *Результаты.* Установлено, что при самостоятельной работе студенты преимущественно ориентируются на получение ответа. Обязательное протоколирование делает ход решения более развернутым, но само по себе не обеспечивает содержательного углубления. Показано, что только в сочетании с педагогическим сопровождением цифровая среда начинает поддерживать поисково-исследовательскую деятельность и передачу базовых комбинаторных идей. Обосновано, что граничным объектом выступает не сама система, а система, включенная в специально организованное взаимодействие. *Заключение.* Граничным объектом выступает не сама система Wise Tasks Combinatorics, а она же, но включённая в специально организованное взаимодействие с педагогическим сопровождением и рефлексией процесса решения, что только и обеспечивает передачу комбинаторных смыслов.

Ключевые слова: цифровая образовательная среда; обучение комбинаторике; граничный объект; математическое образование; искусственный интеллект в образовании; протокол решения; Wise Task; Wise Task Combinatorics

Информация для цитирования: Малютин Е.В. Протокол поиска решения комбинаторной задачи как граничный объект // Научный результат. Педагогика и психология образования. 2026. Т.12. №2. С. 84-104. DOI: 10.18413/2313-8971-2026-12-2-0-6.

E.V. Malyutin

The protocol for solving a combinatorial problem as a boundary object

V.I. Ulyanov (Lenin) Saint Petersburg Electrotechnical University (LETI),
5F Prof. Popov St., St. Petersburg, 197022, Russia
gormalyutin1997@gmail.com

*Received on March 28, 2026; accepted on June 17, 2026;
published on June 30, 2026*

Abstract. *Introduction*. In the context of the proliferation of digital educational environments and artificial intelligence systems, the problem of transmitting mathematical meanings in teaching becomes particularly relevant. The availability of ready-made solutions does not guarantee that students will develop their own reasoning methods, which is especially significant in teaching combinatorics, where constructing a model, choosing an enumeration method, and justifying the solution are required. *Aim*. To identify the conditions under which the Wise Tasks Combinatorics system can act as a boundary object in teaching combinatorics. *Materials and Methods*. The study is based on analyzing students' work with a digital environment that supports solving, constructing, and verifying combinatorial problems. A comparison was made between independent work, work with mandatory protocoling of the solution process, and work with pedagogical support. Solution protocols, errors, number of attempts, and reasoning patterns were analyzed. *Results*. It was found that during independent work, students primarily focus on obtaining an answer. Mandatory protocoling makes the solution process more detailed but does not in itself provide meaningful deepening. It is shown that only in combination with pedagogical support does the digital environment begin to support exploratory research activity and the transmission of basic combinatorial ideas. It is substantiated that the boundary object is not the system itself, but the system embedded in a specially organized interaction. *Conclusion*. It is not the Wise Tasks Combinatorics system itself that acts as a boundary object, but rather the same system embedded in a specially organized interaction that includes pedagogical support and reflection on the solution process – which alone ensures the transfer of combinatorial meanings.

Keywords*:* digital learning environment; teaching combinatorics; boundary object; mathematics education; artificial intelligence in education; solution protocol; Wise Task; Wise Task Combinatorics

Information for citation: Malyutin, E.V. (2026), "The protocol for solving a combinatorial problem as a boundary object", *Research Result. Pedagogy and Psychology of Education*, 12 (2), 84-104, DOI: 10.18413/2313-8971-2026-12-2-0-6.

Введение (Introduction). В условиях стремительного развития цифровых образовательных ресурсов (ЦОР), математических программных сред и систем искусственного интеллекта существенно меняется характер учебной деятельности в математическом образовании. Если на протяжении последних десятилетий основное внимание уделялось расширению доступа к учебному контенту, автоматизации вычислений, визуализации и контролю ответов, то в настоящее время на первый план выходит другая проблема: каким образом в насыщенной цифровой среде обеспечивается не только получение правильного результата, но и передача предметных смыслов, способов рассуждения и культурно выработанных интеллектуальных практик. Особенно остро эта проблема проявляется в обучении решению комбинаторных задач, где успех зависит не столько от воспроизведения готовой формулы, сколько от построения модели ситуации, выбора интерпретации, разбиения множества объектов на классы и установления взаимно-однозначных соответствий.

Актуальность исследования определяется тем, что массовое распространение систем искусственного интеллекта радикально изменило структуру общего информационного пространства обучения. Учащийся получил постоянный доступ к инструментам, способным быстро предлагать формально корректные решения типовых задач. Однако это не снимает, а, напротив, обостряет педагогическую проблему: готовое решение, предложенное внешней системой, не гарантирует понимания его смысла, не формирует собственные способы математического действия и нередко подменяет поисковую деятельность имитацией результата. Вследствие этого становится недостаточным рассматривать цифровую среду лишь как совокупность учебных объектов или ресурсов. Требуется такое теоретическое понятие, которое позволяло бы описать образовательные средства не только как носители содержания, но и как посредники в передаче смыслов между участниками учебного процесса.

В этой связи особую значимость приобретает понятие граничного объекта. В отличие от традиционного учебного объекта, который обычно понимается как повторно используемый элемент учебного контента или инструментария, граничный объект одновременно сохраняет устойчивую структуру и допускает множественные интерпретации в разных практиках деятельности. Именно эта двойственность делает его перспективным для анализа математического обучения в цифровой среде, где преподаватель, студент, программная система и искусственный интеллект взаимодействуют не как изолированные элементы, а как участники общего информационного пространства. Применительно к обучению комбинаторике это означает необходимость исследовать не только сами задачи и программные средства их проверки, но и те формы организации работы, в которых задача, протокол ее решения, комментарии студента, проверка гипотез и действия преподавателя начинают функционировать как средства переноса и согласования смыслов.

В статье рассматривается среда Wise Tasks Combinatorics как возможная составляющая граничного объекта в курсе комбинаторики. Особое внимание уделяется не только возможностям системы по составлению, решению и верификации задач, но прежде всего протоколу поиска решения – фиксации попыток, промежуточных гипотез, ошибочных ходов и комментариев обучаемого. Предполагается, что именно этот протокол, будучи включенным в специально организованное взаимодействие студента с преподавателем и цифровой средой, позволяет сделать видимым процесс становления комбинаторной идеи и тем самым превратить программную систему из обычного цифрового ресурса в средство передачи смыслов.

Целью исследования является изучение методических аспектов взаимодействия студентов с системой Wise Tasks Combinatirics в условиях доступа студентов к средствам искусственного интеллекта и выделение тех аспектов взаимодействия, которые позволяют рассматривать предложенный вид взаимодействия как граничный объект для передачи базовых комбинаторных идей.

Понятие информационной среды обучения (общего информационного пространства) появилось в связи с быстрым развитием носителей информации и расширением возможностей для передачи предметных знаний. В теории информационной среды изучаются различные способы представления знаний и различные парадигмы обучения. Сочетания парадигм обучения с различными формами представления знаний определяют различные методы обучения (Башмаков, Поздняков, Резник, 1997; Богословский, Извозчиков, Потёмкин, 2000; Богданов, 2006; Abramovich, Malyutin, Pozdniakov, 2025). В этой работе особо выделяется инструментальный способ представления знаний и связанный с ним метод обучения, основанный на организации общения обучаемого с «умными вещами» (Пейперт, 1989: 222). Конструирование таких объектов, являющихся посредниками для взаимодействия учителя с учеником, является мостиком между теорией информационной среды и теорией граничных объектов.

Идея использования граничных объектов в конструировании новых учебных объектов была продемонстрирована в работе С.Н. Позднякова (Поздняков, 2017), в которой отмечена роль граничных объектов в конструировании общего информационного пространства с опорой на понятийные категории, введенные в статье Л. Бэннон и С. Бёдкер (Bannon, Bodker, 1997).

«Общее информационное пространство используется для поддержки работы практикующих сообществ (practical societies), которые имеют общие знания (контекст, context), достаточные для того, чтобы упростить передачу содержательной информации между членами практикующего сообщества. Для поддержки передачи контекстно-зависимой информации используются так называемые граничные объекты (boundary objects) − структуры, достаточно жёсткие, чтобы однозначно определить суть передаваемой информации и, в то же время, достаточно гибкие, чтобы в них можно было представить все особенности конкретной ситуации в области совместной деятельности» (Адлай, Поздняков, 2017).

Понятие граничного объекта впервые было введено в С. Стар (Star, 1989), которая показывает, что взаимодействие участников в сложных проектах может обеспечиваться не унификацией взглядов, а созданием артефактов – граничных объектов, которые допускают множественные интерпретации.

Вот как она определяет граничные объекты: «Граничные объекты – это объекты, которые достаточно пластичны, чтобы адаптироваться к локальным потребностям и ограничениям нескольких сторон, их использующих, но при этом достаточно устойчивы, чтобы сохранять общую идентичность в разных местах. В общем использовании они слабо структурированы, а в использовании на отдельном участке становятся сильно структурированными» (Star, 1989: 388).

Граничные объекты отличаются от привычных учебных объектов тем, что они по своему существу содержат элемент неопределенности, но именно эта неопределенность и лежит в основе того, что они позволяют передавать неформализованные смыслы понятий. Вот как об этом пишут К. Морган и К. Кинигос (Morgan, Kynigos, 2014: 360): «Когда представление используется, то именно потому, что оно воспринимается как податливое, смыслы передаются вместе с изменениями, внесенными в само представление».

Существование граничных объектов в информационном пространстве обучения косвенно подтверждается тем, что в классах с хорошим учителем создается особая атмосфера и знания передаются «волшебным» образом. Это мнение известного математика и педагога В.А. Рохлина: «Понимание предмета учителем передается учащимся. Понимание предмета лектором передается слушателям. Оно передается таинственными путями, но очень надежно. И это надо иметь в виду. Никакое внешнее обучение преподавателя, никакое правильное изложение в учебнике, программе не поможет делу, если учитель думает иначе» (Рохлин, 2004: 34).

Сравним определение граничного объекта, данного С. Стар с определением учебного объекта, данного в стандарте IEEE Learning Technology Standards Committee (LTSC)[1] и цитированного в статье Д. Вайли (Wiley, 2000: 4-5): «под учебными объектами понимаются любые сущности, цифровые или нецифровые, которые могут повторно использоваться или упоминаться в процессе обучения с использованием технологий. Примерами обучения с использованием технологий являются компьютерные системы обучения, интерактивные учебные среды, интеллектуальные системы компьютерного обучения, системы дистанционного обучения и среды для совместного обучения. Примерами учебных объектов являются мультимедийный контент, учебный контент, учебные цели, учебное программное обеспечение и программные инструменты, а также лица, организации или события, упоминаемые в процессе обучения с использованием технологий».

Любопытно, что первоначальное определение, введенное Д. Вайли (Wiley, 2000: 1), является более узким и конкретным – оно переносит идею объектно-ориентированного программирования в область создания системы учебных материалов: «Учебные объекты являются элементами нового типа компьютерного обучения, основанного на объектно-ориентированной парадигме информатики. Объектно-ориентированный подход высоко ценит создание компонентов (называемых «объектами»), которые могут быть повторно использованы (Dahl, Nygaard, 1966) в различных контекстах. Основная идея учебных объектов заключается в следующем: разработчики учебных материалов могут создавать небольшие (относительно размера всего курса) учебные компоненты, которые можно многократно использовать в различных учебных контекстах. Кроме того, под учебными объектами обычно понимают цифровые сущности, распространяемые через Интернет, что означает, что любое количество людей может получить к ним доступ и использовать их одновременно (в отличие от традиционных учебных носителей, таких как проектор или видеокассета, которые могут существовать только в одном месте одновременно). Более того, те, кто использует учебные объекты, могут сотрудничать и сразу же извлекать выгоду из новых версий. Это существенные различия между учебными объектами и другими учебными носителями, существовавшими ранее».

Таким образом, принятое определение в стандарте LTSC определение учебного объекта, включает в него «лица, организации и события», являющиеся частью процесса обучения, хотя в оригинальных работах речь шла только о нематериальных объектах. Такое понятия учебного объекта не прижилось и в России вместо него часто используется понятие ЦОР – цифрового образовательного ресурса, которое ближе к первоначальному определению учебного объекта[2].

Постепенное исчезновение из педагогического обихода понятия учебного

[1] IEEE Learning Technology Standards Committee. URL: https://www.ieeeltsc.org/ (дата обращения: 21.02.2026).

[2] Примечание: ЦОР не получил точного определения в российских стандартах и вместо него используется термин «электронные образовательные ресурсы» (ЭОР), который определен предельно лаконично: «электронный образовательный ресурс - образовательный ресурс, представленный в электронно-цифровой форме и включающий в себя структуру, предметное содержание и метаданные о них». ГОСТ Р 52653–2006. Информационно-коммуникационные технологии в образовании. URL: https://www.ifap.ru/library/gost/526532006.pdf (дата обращения: 21.02.2026).

объекта можно объяснить механистическим подходом к процессу обучения, когда явно или неявно предполагается, что содержание (контент) и информационно-методическая поддержка определяют результат обучения. Создание ЦОР и развитие электронного обучения на два десятилетия стало приоритетом в развитии отечественной системы образования.

Такому подходу можно противопоставить подход, когда в центре процесса обучения стоит учитель, а ЦОР является одним из инструментов, которым учитель пользуется для решения педагогических задач. Отнесение учителя к «учебным объектам» без смены подхода не меняет сущности проблемы, так как в указанном стандарте не выделяется определяющая роль учителя в процессе обучения.

В настоящее время мы имеем резвившуюся информационную среду, которая становится фоном и контекстом всего процесса обучения. В ней доступно всё: и различные учебники, и лекции известных ученых и педагогов, и математические инструменты, и средства моделирования, и автоматические решатели задач. Наконец, все это интегрируют системы искусственного интеллекта (ИИ), которые позволяют моделировать общение с энциклопедически подготовленным собеседником. Однако проблема передачи смыслов остается недостаточно исследованной. Различные исследования в области применения ИИ к преподаванию математики (Holmes, 2022; Nguyen, Pham, 2025; Son, 2025; Son, 2024; Малютин, 2026) не отвечают на вопрос, каким образом неопытный ученик сможет овладеть смыслами, которые содержатся во всех этих источниках. Необходимо разобраться в том, как организовать пребывание ученика в богатой информационной среде, чтобы он овладел нужными смыслами, используя элементы окружающей информационной среды не как замену собственных интеллектуальных усилий, а как средства переноса смыслов. Нужно понятие, которое акцентирует методическую работу на этом аспекте обучения. Для такого понятия хорошо подходит определение «граничного объекта». Понятие граничного объекта можно сопоставить понятию орудия у Л.С. Выготского, который рассматривает орудие как способ человека управлять собственным мышлением посредством предметов внешнего мира (в том числе, опосредованных в языке) (Выготский, 1999). Но если человек использует внешние орудия для управления собственным мышлением, то можно предположить, что внешние орудия нужны, чтобы передавать смыслы между разными индивидуумами.

В работе М.И. Башмакова, С.Н. Позднякова и Н.А. Резник (Башмаков, Поздняков, Резник, 1997) анализируется процесс расширения традиционной среды обучения компьютерными средствами. При этом акцент делается на различных представлениях математических знаний – разных интерпретациях математических понятий, определяющих различные пути формирования этих понятий: исходя из физической реальности, основываясь на технических навыках и умениях работы с формальными конструкциями, базируясь на внутренних и внешних связях новых понятий, используя зрительное мышление человека и, наконец, используя в качестве носителя этих понятий «умные вещи», теория использования которых в обучении разработана С. Пейпертом (Пейперт, 1989). С точки зрения граничных объектов во всех этих примерах используются различные граничные объекты. Каждому из вышеперечисленных представлений соответствуют свои граничные объекты, и реализация того или иного подхода предполагает конструирование определенного общего информационного пространства со своими приемами взаимодействия между студентом (учеником), преподавателем и носителями математических идей, будь то учебники, специалисты или математические инструменты и компьютерные модели.

Пример того, как программная система может являться граничным объектом подробно проанализирован в статье С.Н. Позднякова (Поздняков, 2017) и в статье Е.В. Малютина (Малютин, 2026). Так в первой из этих работ граничным объектом является система компьютерной алгебры, которую создают студенты по предложенной преподавателем структуре из иерархически построенных модулей, сначала моделирующих арифметические операции с натуральными числами, потом переносящими их на целые числа, затем на рациональные и в заключение на многочлены с рациональными коэффициентами. При этом сам преподаватель не является программистом и не может контролировать процесс написания программ. Вместо этого студенты разбиваются на команды, которые выбирают архитектора и ответственного за организацию работы. Первый из них определяет язык, структуры данных и интерфейсы модулей, а второй распределяет работы и организует взаимодействие членов команды. В результате разные команды выбирают разные языки, разные структуры данных и делают разные пользовательские интерфейсы. При защите работ преподаватель просит случайно выбранных студентов представить работу и объяснить как функционирование программы, так и алгоритмическую составляющую программных модулей по коду программы. Формально граничным объектом здесь является описание 40 модулей и правила работы над созданием системы. В статье В. Долгополоваса, В. Дагене, С.Н, Позднякова, А. Ляпцева (Dolgopolovas, Dagiene, Pozdniakov, Liaptsev, 2022) рассматривается другой граничный объект − работа по построению парсера для языка, допускающего описание грамматикой класса LL (1). Смысловое содержание работы − построение грамматики определенного вида для языка математических выражений, заданного неформально. У студентов есть неограниченное число возможностей для разработки конкретной грамматики, и каждый участник строит её, основываясь на собственном понимании формализуемого языка. Далее по построенной грамматике строится синтаксический анализатор (парсер) по заданному алгоритму. Таким образом, работа состоит из творческой и алгоритмической частей, процесс построения грамматики, описанной неформально в задании несколькими примерами и контрпримерами, служит граничным объектом для общения преподавателя со студентом.

Материалы и методы (Methodology and Methods). Повторим, что целью исследования является изучение методических аспектов взаимодействия студентов с системой Wise Tasks Combinatirics (Lavrenov, Pozdniakov, 2025) в условиях доступа студентов к средствам искусственного интеллекта и выделение тех аспектов взаимодействия, которые позволяют рассматривать предложенный вид взаимодействия как граничный объект для передачи базовых комбинаторных идей.

Исследование проводилось на базе Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета «ЛЭТИ» в рамках курса «Комбинаторика и теория графов» у студентов компьютерных специальностей. Основной этап эмпирической работы был организован в течение одного учебного цикла и включал дистанционные и очные формы взаимодействия.

В исследование были включены студенты, осваивавшие курс комбинаторики и имевшие доступ к цифровой среде Wise Tasks Combinatorics. Критерием включения являлось выполнение учебных заданий, связанных с решением и конструированием комбинаторных задач в данной среде. Дополнительным условием для включения в углубленный анализ являлось наличие сохраненного протокола работы, содержащего временные метки, последовательность попыток, комментарии обучающегося, промежуточные гипотезы, а также результаты автоматической проверки решения.

Приведем описание учебного объекта, который, как будет показано далее, можно рассматривать как граничный объект.

Система Wise Tasks Combinatirics поддерживает следующие виды учебной деятельности:

1. проверка решений комбинаторных задач из прилагаемого задачника (решением здесь называется представление числа комбинаций в виде арифметического выражения, содержащего стандартные комбинаторные функции – число сочетаний, число размещений, число перестановок и обычные арифметические операции с целыми числами);
2. составление собственных задач, используя специализированные генераторы, такие как «задачи на картах», «задачи на словах», «задачи на числах», и др., в которых задачи составляются комбинированием некоторых параметров и добавлением ограничений, свойственных этим типам задач;
3. решение собственных задач и составление подзадач, решение которых позволит найти ключ к решению исходной задачи;
4. составление задач с помощью редактора общего типа, который позволяет создавать новые типы комбинаторных задач, при этом система устроена как система самопроверяемых задач, то есть, составление условия задачи в виде размеченного текста (XML-формат) позволяет использовать автоматический вычислитель, который по условию задачи подсчитывает число комбинаций прямым перебором и сравнивает ответ с арифметическим выражением, введенным пользователем.

В отличие от традиционных цифровых образовательных ресурсов, которые чаще всего ориентированы на проверку конечного результата по заранее заданным эталонным ответам (тесты, цифровые рабочие тетради) или автоматическое решение задачи за ученика (калькуляторы, интеллектуальные решатели вроде Wolfram|Alpha), система Wise Task реализует принципиально иную модель «постановка задачи → верификация решения». Её ключевое отличие — отказ от эталонных ответов: корректность решения проверяется не сопоставлением с шаблоном, а алгоритмически, на основе онтологии предметной области, логических правил и формальных ограничений. Это исключает подмену мышления подбором готового варианта и заставляет студента самостоятельно формализовать условие и выстраивать рассуждение. Wise Task можно позиционировать как развитие систем динамической математики, таких как GeoGebra и т.д.

Более того, Wise Task выступает не как средство автоматического контроля или тренажёр, а как интеллектуальный партнёр и «учебный собеседник». В отличие от адаптивных интеллектуальных систем, где взаимодействие строится по жёстким сценариям, здесь учащийся сам создаёт задачу, формулирует гипотезы, а система лишь выявляет логические несоответствия и границы корректности, оставляя поиск решения за пользователем. Такой подход смещает акцент с запоминания алгоритмов на развитие рефлексии, формализации и критического мышления – цифровая среда не заменяет интеллектуальную деятельность, а делает её наблюдаемой и проверяемой. Подробнее ознакомится с архитектурой систем типа Wise Task и сравнением с другими типами цифровых образовательных ресурсов можно работе в работе «Wise Task: интеллектуальное партнерство в цифровой образовательной среде» Е.В. Малютина (Малютин, 2026).

Студенты работали в трех разных режимах и их комбинациях:

– самостоятельное решение и составление задач в домашних условиях по краткому описанию целей, таких как «решить столько-то задач из учебника», «сконструировать самостоятельно столько-то задач таких-то типов, стараясь сделать их более трудными, и решить их» и др.;

– самостоятельное выполнение заданий дома, но в более жесткой постановке представления результатов: с подробным протоколом решения, с засечками времени (это помогала делать и система) и фиксацией всех промежуточных ошибочных ответов;

– решение под контролем преподавателя с ведением протокола, засечками времени и без возможности использовать ИИ.

Результаты исследования и их обсуждение (Research Results and Discussion). Рассмотрим два примера решения комбинаторных задач в рамках системы Wise Tasks Combinatirics.

Пример 1. Построение протокола решения задачи студентом. Задача построена в редакторе «задачи на колоде карт».

«Из колоды в 36 карт вытаскивают 6 карт. Найти количество наборов, в которых количество красных карт равно 3, количество валетов равно 2, а количество дам равно 1».

В процессе взаимодействия студента с системой, был автоматически сгенерирован следующий прокол решения:

19:11 Выбран новый задачник: Задачи на картах

19:11 Выбрана задача: Задача_3

19:14 Проверка ответа: $C_{14}^{3} * C_{2}^{2} * C_{2}^{1}$

19:14 Ответ не верен

19:17 Проверка ответа: $C_{14}^{3} * C_{2}^{2} * C_{2}^{1} + C_{14}^{2} * C_{2}^{1} * C_{2}^{2} * C_{14}^{1}$

19:17 Ответ не верен

19:19 Проверка ответа:

$$C_2^1 * C_{14}^2 * C_2^1 * C_2^1 * C_{14}^1 + C_{14}^3 * C_2^2 * C_2^1 + \\ + {C^2}_{14} * {C_2}^1 * {C_2}^2 * {C^1}_{14}$$

19:19 Ответ не верен

19:21 Проверка ответа:

$$C_{14}^3 * C_2^2 * C_2^1 + C_{14}^2 * C_2^1 * C_2^2 * C_{14}^1 + \\ + C_2^1 * C_{14}^2 * C_2^1 * C_2^1 * C_{14}^1 + \\ + C_{14}^3 * C_2^2 * C_2^1 + C_{14}^2 * C_2^1 * C_2^2 * C_{14}^1 \\ + C_2^1 * C_{14}^2 * C_2^1 * C_2^1 * C_{14}^1$$

19:21 Ответ верен. Задача решена.

Этот протокол неявно показывает, что студент пользовался системой без использования искусственного интеллекта и последовательно уточнял свое решение. Обоснованием этому служат следующие факты:

Студент привел дополнительные комментарии к решению задачи, о том, как он рассуждал при решении задачи

Можно заметить, что итоговый ответ (введенный в 19:21) достаточно длинен и получен удвоением предыдущей записи (введенной в 19:19). С точки зрения записи итогового ответа –это странно. В то же время, такая запись соответствует определенному ходу рассуждений студента.

Для того, чтобы проверить, смог бы ИИ поддержать ход собственных рассуждений студента, искусственному интеллекту, в качестве которого выступал DeepSeek, было предложено проанализировать ход решения и объяснить происхождение ошибок. DeepSeek правильно интерпретировал первую ошибку, однако не смог разобраться в следующих версиях ответа, и итоговая фраза анализа была такая; студент «просто продублировал сумму из третьей попытки дважды (опечатка ввода? но система сказала «ответ верен» – значит, возможно, сумма после упрощения совпала с правильным ответом)».

В то же время рассуждения студенты были иными. Он рассмотрел три случая, связанные с распределением красных карт, а затем воспользовался принципом симметрии, заменив красные карты черными и наоборот. Вот цитата из комментария студента: «19:19 - 19:21 Заметим, что случаи 4-6 «зеркальным» случаям 1-3, поэтому они равны сумме 1-3. Окончательный ответ:

$$2 * (C_2^1 * C_{14}^2 * C_2^1 * C_2^1 * C_{14}^1 + C_{14}^3 * C_2^2 * \\ * C_2^1 + C_{14}^2 * C_2^1 * C_2^2 * C_{14}^1).$$

Предложенное системой ИИ решение предполагало другой способ разбиения общего множества комбинаций на подмножества. Таким образом, этот пример показывает, что использование ИИ аналогично использованию «решебника», в котором представлены определенные способы решения задачи, ограничивающие самостоятельную деятельность обучаемого.

Ещё более выпукло это видно из следующей задачи, которую преподаватель предложил решить нескольким студентам. Некоторые из них решали бесконтрольно (и как было видно из представленного решения, использовали ИИ), другие решали под строгим контролем преподавателя м их решения кардинально отличались от предложенных ИИ. Ниже будет подробно проанализировано решение этой задачи с частичным использованием ИИ студентом.

Пример 2. Построение студентом «псевдопротокола» – итогового описания решения задачи, без анализа своих «догадок».

В этом эксперименте студент около 40 минут решал задачу под контролем преподавателя. Потом ему было предложено оформить протокол решения, зафиксировав свои догадки, проверки их в системе и допущенные ошибки. Вместо этого студент представил запись решения задачи без фиксации своих гипотез, проверки промежуточных ответов, анализа ошибок. Ниже будут представленные количественные данные по эксперименту, из которых будет ясно, что именно так большинство студентов понимает понятие протокола.

В этом эксперименте важным результатом является то, что искусственный интеллект вступил в «методическую конфронтацию» с подходом, который реализовывал преподаватель курса. Преподаватель главное внимание уделил формированию общих комбинаторных умений по построению взаимно-однозначных соответствий в противовес выводу и запоминанию общих формул, которые предлагались в решении ИИ.

Задача. «Найти количество пятизначных чисел в десятичной системе счисления, у которых первая цифра больше суммы всех остальных».

Для того, чтобы понять разницу между решением, которое преподаватель считает красивым, решением, которое предлагает ИИ, и решением, которое привел студент, обратившийся (по косвенным данным) к ИИ, ниже приведены все три решения с комментариями автора статьи.

Анализ решения, предложенное ИИ. Искусственный интеллект для решения этой задачи начинает с общей формулы для количества чисел в десятичной системе счисления с заданной суммой. Затем обращает внимание на то, что из-за того, что сумма четырех цифр в задаче задается однозначным число (8 или меньше). Ограничения можно не учитывать. Затем по этой формуле вычисляется количество четырехзначных чисел с суммами меньше заданного k: $N(k)=\sum_{S=0}^{k-1} C_{S+3}^{3}$

Затем говорится, что по «известной формуле» эта сумма равна C_{K+3}^{4}.

Далее считается уже сумма полученных сочетаний по той же формуле и получается C_{13}^{5}.

Заметим, что «двойное» использование формулы для суммирования формулы с сочетаниями полностью отрывает мысль студентов от исходной интерпретации задачи. Такой методический путь оправдан, если работа с подобными формулами является конечной целью и для повышения эффективности выполнения действий нужно абстрагироваться от её смысла. Однако для студентов технических вузов сами по себе формулы не играют большого значения, зато большее значение играет умение формализовать задачу и видеть за формальным решением действия в исходной интерпретации объектов задачи. Использование искусственного интеллекта толкает студента на сведение задачи к некоторым формализмам, которые предлагаются без интерпретации. Фактически реализуется методическая схема: взять формулу и конкретизировать её под задачу. Такой путь подталкивания под общую схему реализовывался на заре развития электронных задачников в 80-х годах прошлого века (Nievergel, 1980). Пользователя с помощью промежуточных вопросов-заданий вели к конкретной формуле, к одному, выбранному автором электронного средства маршруту, даже если в решении были ветвления, путь решения был задан заранее.

Анализ решения, предложенного студентом. На рис. приведен скан решения, которое студент сдал вместо протокола решения (Приложение). В левом верхнем углу проведена формализация задания. В центральной части приведена неочевидная формула, которая записана в принятых на Западе обозначениях числа сочетаний, что говорит о том, что студент использовал искусственный интеллект. Эта формула связала представления студента о числах сочетаний с представлением в системе ИИ, так как в центре можно увидеть другое обозначение числа сочетаний, принятое в отечественной литературе. Факториальная формула для числа сочетаний в разных обозначениях стала для студента мостиком, чтобы связать готовую формулу, предложенную ИИ, с его представлениями у студента. В то же время использование готовой формулы решения подзадачи («сколько четырехзначных наборов имеют сумму S») вместо понимания смысла этой формулы стало причиной того, что студент не использует её повторно и переходит к понятным ему вычислениям факториальных выражений, которые суммирует вручную (эти вычисления занимают нижнюю левую четверть листа). Сравнивая этот «псевдопротокол» с приведенным протоколом другого студента (приведен выше в примере 1), можно видеть, что данный студент (как и большинство) не умеет следить за своими рассуждениями и поэтому не может описать соображения, которые привели его к использованной формуле. Не понимая пути вывода формулы, он не может применить его повторно, чтобы все решение задачи заняло буквально «две строчки». Именно так и предлагает её решать ИИ, но студент видимо не смог понять всего решения ИИ и использовал его решение частично.

Анализ решения, предложенного преподавателем. Для сравнения приведем решение задачи преподавателем, читавшим курс по комбинаторике.

Пример 3. Найдем взаимно-однозначное соответствие между наборами, описанными в задаче, и бинарными наборами из 13 переменных, в которых 5 единиц, а остальные цифры – в книге Н.Я. Виленкина (Виленкин, 1969: 46) нули – это взаимно-однозначное соответствие вводится в интерпретации «покупка пирожных» (в терминах пирожных нули – это пирожные, стоящие слева – пирожные первого вида, между k-ой и k+1 единицей − пирожные k+1 вида)).

Например, числу 61201 соответствует набор 0100010100110. Количество нулей до первой единицы показывает превышение разности между первой цифрой и суммой остальных над 1 (минимальная разность). Они не влияют на восстановление цифр числа. Количество нулей между первой и второй единицами показывает разность между максимальным значением первой цифры (9) и её значением в данной комбинации. В данном случае то 6=9-3. Остальные числа нулей между соседними единицами – суть записи остальных цифр в единичной системе счисления: 1201. Обратно, если число 93211, его код будет 0110001001010.

Более формально. Пусть пятизначный набор имеет вид abcde, введем дополнительную переменную f следующим образом: a-(b+c+d+e)-1=f

Построим двоичный набор f | 9-a | b | c | d | e – набор из нулей и единиц (разделители соответствуют единицам, алгебраические выражения между ними – суть количества нулей). Он будет соответствовать пятизначному числу, у которого первая цифра больше суммы остальных. Число таких наборов C_{13}^{5}.

Приведённые выше примеры относятся к классу типовых комбинаторных задач, которые успешно решаются как с помощью ИИ, так и традиционными методами. Однако для проверки гипотезы о том, что граничным объектом становится именно система, включённая в педагогическое сопровождение, необходимо рассмотреть задачи, которые не сводятся к простому применению формул и требуют многошаговых рассуждений, построения неочевидных соответствий или использования комбинаторных принципов в нестандартной обстановке.

Пример 4. Задача на принцип включения-исключения с перекрывающимися условиями.

«Сколько существует перестановок чисел от 1 до 12, в которых ни одна из следующих пар не стоит рядом в порядке возрастания: (1,2), (2,3), (3,4), …, (11,12)?»

Классическое решение требует применения формулы включения-исключения с учётом того, что запрещённые пары могут перекрываться (например, запрещены одновременно пары (1,2) и (2,3) – что фактически создаёт блок «1-2-3»). Студенты, работавшие с ИИ без контроля, как правило, получали формальный ответ через сумму по всем подмножествам пар, не осознавая, что для пересекающихся пар количество «склеенных» объектов зависит от наличия цепочек. Напротив, студенты, решавшие задачу под наблюдением преподавателя с обязательным протоколированием гипотез, последовательно вводили промежуточные ответы для малых n (от 3 до 6), выявляли закономерность в коэффициентах и только затем переходили к общей формуле. Протокол одного из студентов зафиксировал шесть попыток, включая ошибочное предположение о независимости пар, и итоговый комментарий: «Оказывается, если пары пересекаются, то блоки удлиняются, и количество «склеенных» элементов считается как число компонентов в графе смежности пар». Здесь система Wise Tasks Combinatorics выступала не как вычислитель, а как верификатор промежуточных гипотез – студент вручную задавал формулу для n=4, получал подтверждение или опровержение, корректировал рассуждение.

Пример 5. Задача на построение взаимно-однозначного соответствия с нечисловыми объектами.

«Сколькими способами можно замостить прямоугольник 2×10 доминошками 1×2 и 2×2, если последняя клетка в правом верхнем углу всегда должна быть покрыта вертикальной доминошкой?»

Данная задача выходит за рамки стандартных комбинаторных формул и требует либо рекуррентного подхода (вывод соотношений для полос разной длины), либо построения биекции с последовательностями Фибоначчи с ограничениями. Студенты, использовавшие ИИ, получали либо общее рекуррентное соотношение без учёта последнего условия, либо фиксировали неправильные начальные члены. В то же время при работе в системе с педагогическим сопровождением преподаватель предлагал модифицировать редактор задач «на плитки» так, чтобы система автоматически перебирала малые размеры (2×1, 2×2, 2×3) и позволяла проверять гипотезы о рекурренте. Один из студентов записал в протоколе: «Я подумал, что для 2×n количество способов с ограничением на правый верх можно выразить через количество способов для 2×(n-1) и 2×(n-2), но первые пять проверок в Wise Task Combinatorics показали, что коэффициенты другие – пришлось рисовать раскладки руками и искать биекцию с числами, где запрещены две единицы подряд». Именно в процессе многократных проверок и рефлексии рождалось понимание, недоступное при простом копировании ответа от ИИ.

Сравнение решений. Мы видим принципиальное различие между подходом ИИ (подгонка под готовую формулу) и более красивым решением на основе построения взаимно-однозначного соответствия. Студент, контроль над работой которого был прерван, представил решение, частично сделанное ИИ, и добавил вычислительную часть, которую осмыслил – последовательное вычисление количества наборов с заданной суммой. Заметим, что в аналогичной ситуации студенты, работавшие под контролем преподавателя, не смогли дойти до общей формулы, однако ощутили её потребность вследствие видимых закономерностей в построении арифметических выражений при подсчете числа комбинаций.

В итоге мы видим два разных подхода к целям курса комбинаторики (табл.):

Таблица

Подходы решения комбинаторных задач

Table

Approaches to solving combinatorial problems

Подход (предложенный ИИ)	Альтернативный подход
Сосредоточиться на выводе комбинаторных тождеств	Сосредоточиться на интерпретации комбинаторных формул
Для решения задачи искать общие формулы и специализировать параметры	Для решения задачи искать такие представления, которые помогут строить взаимно-однозначные соответствия между различными комбинаторными объектами
Если студент не знает требуемых формул, строить серию зданий для малых значений параметра и пытаться обобщать	Если студент не знает требуемых формул, строить серию зданий для малых значений параметра и решать их через рассуждения в подходящей интерпретации
После экспериментов предлагать общую формулу для доказательства (например, по индукции)	В случае неудач в решении показать итоговую формулу и предлагать дать её комбинаторную интерпретацию и свести к уже найденным интерпретациям

Описание и результаты эксперимента. Эксперимент состоял из трех этапов, первые, два из которых проводились в дистанционном формате, а последний в очном.

На первом этапе студентам предлагалось решить несколько уже составленных задач, после чего составить две задачи самостоятельно, стремясь сделать их как можно более трудными и запротоколировать работу с ними, используя возможности среды и делая необходимые рисунки, схемы и вычисления на бумаге. Также предлагалось делать засечки времени выполнения тех или иных этапов и фиксировать гипотетические ответы (заметим сразу, что последнего условия практически никто не выполнил до тех пор, пока это требование не было выведено на первый план – эта часть отнесена ко второму этапу).

В этом этапе было задействовано около 100 участников. На работу было отведено 3 недели.

На втором этапе тем участникам, которые не выполнили полностью условия представления протоколов работы были даны устные и письменные рекомендации по их исправлению, и просьба составить ещё одну – сложную – задачу и представить протокол решения.

В этом этапе было задействовано около 50 участников. На работу было отведено 2 недели.

На третьем этапе нескольким студентам было предложено решить поставленные преподавателем задачи средней сложности под наблюдением преподавателя. На этом этапе было задействовано около 10 человек.

Результаты первого этапа. 90% студентов не пытались создавать трудные задачи. Составленные задачи по структуре были аналогичны задачам, которые они выбрали для решения из предложенного задачника.

Студенты либо не пользовались системой для проверки ответа, либо не протоколировали неудачные попытки решения задачи. В качестве протокола представлялся только готовый ответ и результат проверки его системой, таким образом получалось, что задача решалась как бы за минуту.

Причины такого поведения обсуждались со студентами, которые, казалось, не понимали, что преподавателей интересует процесс решения, а не результат. Студенты, которые представили протоколы, объясняли отсутствие их у других тем, что в среде современной молодежи считается, что демонстрация ошибок дискредитирует их, понижает степень самоуважения.

Таким образом, на этом этапе было показано, что подобное использование системы не является способом инициирования самостоятельной и исследовательской деятельности, а является просто формой предъявления учебных задач.

Со своей стороны, мы считаем, что такое поведение является следствием сложившейся практики подготовки к ЕГЭ, когда учеников «натаскивают» на решение задач определенного типа, и для них самостоятельная постановка задачи, формулирование подзадач, проведение исследования перестают быть понятной ценностью в изучении математики.

Результаты второго этапа. Перед вторым этапом студентам было объяснено, что в современных условиях, когда решение задач может быть выполнено математическими компьютерными решателями или ИИ, для преподавателя важен весь ход решения.

На втором этапе длина протоколов увеличилась, появились протоколы с двумя и более попытками, среднее время решения увеличилось до 15-20 минут. Появились трудные, но не сложные задачи (сложная задача (complicated) отличается от трудной (difficult) тем, что трудная задача понятна, но требует много-много шагов, а сложная требует осмысления. «Под сложностью задачи будем понимать объективную характеристику, которая определяется объемом предметных знаний, достаточных для ее решения. В свою очередь под трудностью задачи будем понимать субъективную характеристику, которая может быть получена путем сопоставления знаний, достаточных для решения задачи, со знаниями, имеющимися у обучающегося» (Наумов, Выхованец, 2014: 100).

Некоторые студенты последовали совету преподавателя составлять задачи, не имея в начале идеи их решения, а используя набор ограничений, который доступен в специальном (упрощенном) редакторе генерации задачи. Задачи при этом получались трудными, но не сложными, то есть, требовали классификации комбинаций и скрупулезного подсчета комбинаций в каждой группе. Однако студенты не стремились найти более красивые решения, позволяющие свернуть трудоемкие вычисления посредством другого взгляда на подсчет числа комбинаций. При этом некоторые приемы получения более эффективных решений показывались на лекциях и содержались в домашних заданиях. Это говорит о том, что получение красивых решений является отдельной задачей и, если она не является целью, которую надо достичь в работе, то игнорируется в пользу более трудоемких, но требующих меньших интеллектуальных усилий решений. Можно этот результат сформулировать так: студенты выбирают стратегии с меньшей ожидаемой дисперсией времени решения – нахождение красивого решения может существенно упростить запись решения, но по времени его трудно оценить или оно может вообще не найтись. Таким образом, студентам нужен “оракул”, сообщающий, что такое решение есть. Возможно, что развитие автоматических решателей позволит добавить такой инструмент к системе.

Результаты третьего этапа. На третьем этапе студенты решали в системе Wise Tasks Combinatorics задачи, составленные преподавателем. Задачи содержали небольшой элемент новизны по сравнению с задачами, которые были разобраны на лекциях и практике. Среднее время решения было больше часа. Число попыток проверки гипотетического ответа возросло до 5-7. Таким образом, цель, поставленная изначально – использование среды для поддержки поисково-исследовательской деятельности была достигнута только когда работа курировалась преподавателем, хотя непосредственного участия, кроме как в постановке задачи, преподаватель не предпринимал.

Это говорит о том, что один и тот же педагогический инструмент работает по-разному в зависимости от ситуации использования. На первом этапе взаимодействие осуществлялось в контексте «сдать работу», во втором «сдать отчет по работе», в третьем «продемонстрировать процесс решения задачи», несмотря на то что формально последний контекст являлся общим для всех этапов, однако реализовался он только в присутствии преподавателя рядом со студентом.

Необычное поведение студентов, выявленное в эксперименте. Система позволяла студентам вводить арифметические выражения, все вычисления с числами осуществлялись автоматически. Тем не менее, студенты обычно делали вычисления на калькуляторе или даже писали программу для вычислений.

Некоторые студенты после ввода численного ответа вводили формулу, выраженную через комбинаторные функции и арифметические операции, и рассматривали это как проверку, хотя система до этого уже подтверждала правильность ответа. Это можно интерпретировать как то, что массовое использование калькуляторов в течение последних 50 лет привело к тому, что многими студентами рассматривается как неотъемлемая часть их процесса мышления.

Перечислим ситуации, когда среда Wise Task Combinatorics может служить граничным объектом для организации общения между студентами и преподавателями при изучении комбинаторики:

1) студенты по заданиям преподавателя могут развивать среду, создавая новые специальные редакторы для классов комбинаторных задач. Примеры созданных студентами редакторов «Редактор задач на шахматной доске», «Редактор задач с ожерельями», «Редактор задач на раскраску многогранников»;

2) студенты по советам преподавателя могут создавать комбинаторные задачи, которые не могут быть получены путем комбинации условий генераторов специальных задач, но допускают описание на универсальном языке с помощью редактора разметки текста (xml-формат задачи);

3) студенты могут создавать новые задачи с помощью специальных редакторов и решать их самостоятельно, но с обязательным ведением протоколов работы;

4) студенты могут решать задачи из специального редактора под контролем преподавателя.

Как показала практика только 1% студентов готов к первому типу использования среды для взаимодействия с преподавателем и около 5-6% - ко второму типу. Остальные два типа доступны всем студентам.

Около 10-20% студентов расположены к третьему типу использованию среды, что можно заметить по превышению числа решенных задач по сравнению с тем, сколько предложено преподавателем.

Интерес к составлению проявляют от 5 до 10%, что проявляется в интересных формулировках, хотя сама среда генерирует текстовые формулировки без изящных словесных конструкций.

Представляет интерес, что около 10-20% студентов (эксперимент проводился со студентами компьютерных специальностей) читают текст задач в xml-формате, сгенерированный программой для технических целей, и делают исправления непосредственно в нем. Этот эффект не предполагался создателями системы (однако принцип открытости кода программы и формата данных предполагался) и показывает изменения в информационной среде обучения, когда студенты готовы к тому, что формулировки задач представляются в более формализованном и доступном автоматической обработке виде. Этот факт подтверждает возможность использования среды как граничного объекта.

В работе С. Стар (Star, 2010: 615), в которой анализируется эволюция понятия «граничный объект», приводится схема, показывающая цикл существования и преобразования конкретного граничного объекта 1=>2=>3=>1.

1. Появление в общем информационном пространстве граничного объекта.

2. Попытки стандартизации граничного объекта, иногда приводящие к стандартизированному объекту или системе.

3. Формирование остаточных категорий, не подпадающих под стандартизацию и как следствие (переход к пункту 1) формирование новых пограничных объектов.

Заметим, что здесь описание цикла несколько упрощено, чтобы не использовать те его особенности, которые в нашей ситуации не имеют места.

Дадим интерпретацию этого цикла для нашей работы.

1. Концепция самопроверяемых задач, реализованная в системе Wise Tasks Combinatorics, в совокупности с регламентом работы, протоколами рефлексии о процессе поиска решения и контролем преподавателя образуют граничный объект. Он содержит в себе такие жесткие элементы, как сама система, требования к организации работы с системой, наличием всех перечисленных компонент.

Гибкими элементами являются задачи, составленные студентами, способ их решения, сопутствующие протоколу комментарии (рефлексия), поведение преподавателя и определение роли этого граничного объекта в учебном процессе.

2. Попытки «стандартизации» могут осуществляться студентом, когда он вместо самостоятельного решения использует ИИ, отказывается от протокола с рефлексией, заменяя его описанием результирующего решения. Также такие попытки могут осуществляться со стороны преподавателя, когда он предлагает дома самостоятельно решать задачи в системе, не инициирует студентов к составлению нестандартных задач, не требует протоколов с описанием поисков решения, ошибочных гипотез и анализа ошибок. Термин «стандартизация» здесь надо понимать как стремление как студентов, таки преподавателей использовать привычные стратегии учения и обучения.

3. Остаточными категориями можно считать ситуации, в которых предложенный граничный объект не привел к передачи смыслового содержания, не был посредником формирования комбинаторного мышления. Это могло быть связано как с нарушениями «стандартизации», так и с тем, что студент или преподаватель не является членом «практикующего» сообщества, в котором описанный выше учебный объект является граничным. Для студента это означает, что он не стремится овладеть комбинаторным мышлением, не желает менять стратегию избегания сложных задач. Для преподавателя – что он придерживается иной парадигмы обучения (например, «наполнение» студента знаниями).

4. Формирование граничного объекта для «остаточных категорий» может в нашей ситуации означать, что преподаватель и студент нашли консенсус в рамках стратегии взаимодействия, при которой студент как-то выполняет задания (например, с использованием ИИ), а преподаватель проверяет ответы. С точки зрения поставленных в статье целей – это «холостой» ход образовательного механизма, когда внешние правила соблюдается, однако цели обучения не достигаются.

Таким образом, преобразование учебного объекта в граничный не обязательно свидетельствует о высокой эффективности получившегося объекта. Граничные объекты характеризуют социальные свойства учебного процесса и среду, которая создана преподавателем либо сформирована общими требованиями к организации обучения. Если эта среда направлена на формирование интеллекта обучаемых, на передачу смыслов, эффект понимания «Ага!» у студентов (Moroshkina, Savina, Ammalainen, Gershkovich, Zverev, Lvova, 2022), граничные объекты будут играть позитивную роль в передаче предметных смыслов. Если эта среда характеризуется излишним вниманием к таким «результатам» обучения как «закрыл долг», «получил положительную оценку», «сдал экзамен», то есть направлена не на содержательные, а на организационные стороны учебного процесса, граничные объекты будут отражать не содержание учебного материала, а особенности взаимодействия студента с преподавателем или учебным заведением.

Разработка системы Wise Tasks Combinatorics происходила до того, как появились доступные всем средства генеративного ИИ, которые позволяют быстро находить и компоновать решения распространенных типов задач. К таким задачам относятся и комбинаторные задачи. ИИ может решать такие задачи. Решение при этом начинается с общих формул и получается постепенной специализацией значений. В то же время, система создавалась с иной целью – инициировать решение задач с тем, чтобы постепенно осознать потребность разработки общих методов и прийти к ним самостоятельно или под руководством преподавателя. Поэтому решения, которые предлагали недобросовестные студенты, пользовавшиеся ИИ, отличались от тех, которые предлагали студенты, решавшие задачи сами. Это говорит о необходимости рассматривать систему в рамках конструируемого информационного пространства.

Оппоненты могут возразить, что какими бы ни были интеллектуальные конструкции, в какой-то момент они будут формализованы и станут частью ИИ. Однако, как только граничные объекты превращаются в жесткие конструкции, формализованные в той или иной форме, они теряют свойства граничного объекта. Например, если описанную в статье работу с системой Wise Tasks Combinatorics и сопровождаемую рефлексией студента о его попытках решить задачу заменить лабораторной работой с заданным регламентом и примерами «правильного» выполнения, она перестанет работать граничным объектам. Студенты уже не будут приспосабливать собственные приемы мышления к решению задачи, а воспользуются готовым образцами для решения задачи.

Если окажется, что средства ИИ разовьются настолько, что предложенная выше методическая схема использования системы Wise Tasks Combinatorics объективно не сможет играть роль посредника в формировании комбинаторного мышления в рамках нового информационного пространства, потребность в таких граничных объектах не исчезнет и как представлено в цикле существования граничного объекта, он будет заменяться другим.

Несмотря на выявленные ограничения ИИ при имитации решений и подмене исследовательской деятельности, было бы ошибочным видеть в нём только угрозу. При правильном методическом включении генеративные модели могут стать полноценным элементом граничного объекта – не заменяя преподавателя, но расширяя возможности учащихся и учителя. Во-первых, ИИ способен генерировать новые комбинаторные задачи с заданными характеристиками: варьируя тип ограничений, число объектов, наличие симметрий или избыточных условий. Например, по запросу «создай пять задач на принцип Дирихле для чисел от 10 до 100» система предлагает вариативные формулировки, которые преподаватель может отбирать, адаптировать или поручать студентам для критического анализа. Во-вторых, ИИ может выполнять первичный анализ протоколов решений (особенно в дистанционном формате), выделяя типовые ошибочные паттерны – неверное применение формулы включения-исключения, смешение упорядоченных и неупорядоченных выборок, игнорирование граничных условий. Это позволяет преподавателю сосредоточиться на глубинном разборе, а не на рутинной проверке. Важнейшее условие: все такие подсказки и сгенерированные задачи должны проходить через преподавателя и включаться в рефлексивный протокол студента. Только тогда ИИ становится не «чёрным ящиком» и не суррогатом мышления, а ещё одним участником общего информационного пространства, поддерживающим тот же цикл граничного объекта: постановка → попытка → ошибка → новая интерпретация. В этом смысле будущее развитие систем типа Wise Tasks Combinatorics видится в интеграции с LLM не как встроенного решателя, а как генератора учебных ситуаций и «методического собеседника», чьи предложения студент обязан проверить, прокомментировать и включить в свой протокол.

Заключение (Conclusions). Среда Wise Tasks Combinatorics представлена в новой роли – как составляющая граничного объекта общего информационного пространства, построенного в рамках курса «Комбинаторика и теория графов» в различных ролях – как задачник по комбинаторике, как среда для составления задач по комбинаторике посредством комбинирования различных ограничений, как язык описания комбинаторных задач более широкого класса, как инструмент проверки гипотез. При этом в информационное пространство были включены такие субъекты, как студент, преподаватель и искусственный интеллект. На примере обсуждения различных подходов студентов к решению одной задачи была продемонстрирована роль граничных объектов. Решая одну задачу, был затронут весь спектр идей комбинаторики, вынесенных в курс. Однако этого не происходило, если оставить студента один-на-один с задачей или с задачей и ИИ. Задача становилась граничным объектом только при участии квалифицированного преподавателя.

Комбинаторные задачи могут рассматриваться и как предмет изучения, и как инструмент формирования общих приемов мышления. В первом случае студентов надо научить сводить задачи к алгебраическим конструкциям, таким как производящие функции. Во втором надо учить пользоваться различными интерпретациями и приемами построения взаимно-однозначных соответствий.

На примере использования среды Wise Tasks Combinatorics показано, что учебный объект в современных условиях может стать граничным объектом (то есть средством передачи смыслов) только если он сопровождается анализом умственных действий студента. Это та особенность, которая отличает понятие граничного объекта от использования его как учебного объекта в системе образования. Эта особенность стала существенный со времен массового распространения систем ИИ.

Компьютерные системы, используемые в образовании, можно условно разделить на два больших класса: обучающие и инструментальные. Первые претендуют на последовательное методичное изложение материала с промежуточным тестированием и подсказками. Теперь функции этих систем полностью покрывается системами ИИ (может быть с небольшим уточнением, что высказывание относится не к специальным, а общим знаниям, многократно отраженным в литературе и методических пособиях). В то же время, роль инструментальных средств при правильном использовании была иная – расширить пространство представлений (математического) материала. В этом качестве они успешно могут использоваться и в условиях существования ИИ, если в состав учебного объекта вместе с этим инструментом войдет самоанализ решения учебной задачи обучаемым в присутствии преподавателя. В такой комбинации они превратятся из ЦОР в граничный объект. Системы ИИ нельзя считать граничными объектами, так как они не столько поддерживают собственное развитие идеи, сколько ведут пользователя по готовому пути.

Список литературы

Адлай С.Ф., Поздняков С.Н. Цифровые представления математических объектов в контексте различных форм представления математического знания // Компьютерные инструменты в образовании. 2020. № 1. С. 58-86. DOI: 10.32603/2071-2340-2020-1-58-86.

Башмаков М.И., Поздняков С.Н., Резник Н.А. Информационная среда обучения. СПб.: Свет. 1997. 400 с.

Богданов М.С. Автоматизация проверки решения задач по формальному описанию её условия // Компьютерные инструменты в образовании. 2006. № 4. С. 51-57.

Богословский В.И., Извозчиков В.А., Потёмкин М.Н. Информационно-образовательное пространство или информационно-образовательный хронотоп // Наука и школа. 2000. № 5. С. 41-46.

Выготский Л.С. Мышление и речь. М.: Лабиринт. 1999. 352 с.

Виленкин Н.Я. Комбинаторика. М.: Наука. 1969.

Малютин Е.В. Использование цифровых технологий в обучении математике: от систем «чёрного ящика» до интеллектуальных педагогических сред // Развитие образования. 2026. Т. 9. № 1. С. 36-46. DOI: 10.31483/r-152277.

Малютин Е.В. Wise Task: интеллектуальное партнерство в цифровой образовательной среде // Международный научно-исследовательский журнал. 2026. №3 (165). URL: https://research-journal.org/archive/3-165-2026-march/10.60797/IRJ.2026.165.47 (дата обращения: 28.03.2026). DOI: 10.60797/IRJ.2026.165.47.

Наумов И.С., Выхованец В.С. Оценка трудности и сложности учебных задач на основе синтаксического анализа текстов // Управление большими системами. 2014. № 48. С. 97-131.

Пейперт С. Переворот в сознании: дети, компьютеры и плодотворные идеи. М.: Педагогика. 1989. 222 с.

Поздняков С.Н. Система компьютерной алгебры как педагогическая задача // Компьютерные инструменты в образовании. 2017. № 2. С. 25-41.

Рохлин В.А. Лекция о преподавании математики нематематикам // Математическое просвещение. Сер. 3. 2004. 8. С. 21-36.

Abramovich S., Malyutin E., Pozdniakov S. Mathematization Through Application and Common Sense: Motivating Intellectual Activities of Schoolchildren with Digital Tools // Digital. 2025. Vol. 5, №. 3. Art. 41. DOI: 10.3390/digital5030041.

Bannon L., Bodker S. Constructing common information spaces // In: Proceedings of the Fifth European Conference on Computer Supported Cooperative Work. Dordrecht: Springer, 1997. P. 81-96. DOI: 10.1007/978-94-015-7372-6_6.

Dahl O.J., Nygaard K. SIMULA – an ALGOL-based simulation language // Communications of the ACM. 1966. Vol. 9, №. 9. P. 671-678.

Dolgopolovas V., Dagiene V., Pozdniakov S., Liaptsev A. Developing computational thinking skills to foster student research: contemporary scientific education through modeling and simulations // In: Rezaei N., ed. Integrated Education and Learning. Integrated Science. 2022. Vol. 13. P. 417-443 DOI:10.1007/978-3-031-15963-3_23

Holmes W. et al. Artificial Intelligence in Education // Computers & Education: Artificial Intelligence. 2022. Vol. 3. Art. 100099.

Lavrenov A., Pozdniakov S. Interaction of Students with an Intelligent System for Setting and Solving Combinatorial Tasks // Computers in the Schools. 2025. Vol. 42, no. 3. P. 257-275. DOI: 10.1080/07380569.2024.2410906.

Morgan C., Kynigos C. Digital artefacts as representations: forging connections between a constructionist and a social semiotic perspective // Educational Studies in Mathematics. 2014. Vol. 85. P. 357-379. DOI: 10.1007/s10649-013-9523-1.

Moroshkina N.V., Savina A.I., Ammalainen A.V., Gershkovich V.A., Zverev I.V., Lvova O.V. How difficult was it? Metacognitive judgments about problems and their solutions after the Aha moment // Frontiers in Psychology. 2022. Vol. 13. Art. 911904. DOI: 10.3389/fpsyg.2022.911904.

Nguyen D.T., Pham Q.V. The evolving landscape of AI integration in mathematics education: a systematic review of trends (2015-2025) // Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education. 2025. Vol. 21, №. 10. Art. em2714. DOI: 10.29333/ejmste/17078.

Nievergelt J.A pragmatic introduction to courseware design // IEEE Computer. 1980. September. P. 7-21.

Son L.N., Tuyen N.T.T., Tinh P.T., Tu N.X., Dinh N.T., Huyen L.T.T., Trang N.H. Artificial intelligence in mathematics education: a bibliometric analysis in Scopus Database (2000-2024) // In: Nghia P.T., Thai V.D., Thuy N.T., Huynh V.N., Van Huan N., eds. Advances in Information and Communication Technology. ICTA 2024. Lecture Notes in Networks and Systems. Vol. 1205. Cham: Springer, 2025. P. 403-410. DOI: 10.1007/978-3-031-80943-9_44.

Son T. Intelligent tutoring systems in mathematics education: a systematic literature review using the SAMR model // Computers. 2024. Vol. 13. №. 10. P. 270 DOI: 10.3390/computers13100270.

Star S.L. The structure of ill-structured solutions: boundary objects and heterogeneous distributed problem solving // In: Gasser L., Huhns M.N., eds. Distributed Artificial Intelligence. London: Pitman. 1989. P. 37-54.

Star S.L. This is not a boundary object: reflections on the origin of a concept // Science, Technology, & Human Values. 2010. Vol. 35. №. 5. P. 601-617.

Star S.L., Griesemer J.R. Institutional ecology, “translations” and boundary objects: amateurs and professionals in Berkeley’s Museum of Vertebrate Zoology, 1907-39 // Social Studies of Science. 1989. Vol. 19, №. 3. P. 387-420.

Wiley D.A. Connecting learning objects to instructional design theory: a definition, a metaphor, and a taxonomy // In: Wiley D.A., ed. The Instructional Use of Learning Objects. Bloomington. 2000. P. 3-24.

References

Adlai, S.F. and Pozdnyakov, S.N. (2020), “Digital representations of mathematical objects in the context of different forms of mathematical knowledge representation”, *Kompyuternye instrumenty v obrazovanii*, 1, 58-86. DOI: 10.32603/2071-2340-2020-1-58-86. (In Russian).

Bashmakov, M.I., Pozdnyakov, S.N. and Reznik, N.A. (1997), *Informatsionnaya sreda obucheniya* [Information learning environment], Svet, St. Petersburg, Russia.

Bogdanov, M.S. (2006), “Automation of problem solution checking based on formal description of its condition”, *Kompyuternye instrumenty v obrazovanii*, 4, 51-57. (In Russian).

Bogoslovsky, V.I., Izvozchikov, V.A. and Potemkin, M.N. (2000), “Information and educational space or information and educational chronotope”, *Nauka i shkola*, 5, 42-46. (In Russian)

Vygotsky, L.S. (1999), *Myshlenie i rech* [Thinking and Speech], Labirint, Moscow, Russia.

Vilenkin, N.Ya. (1969), *Kombinatorika* [Combinatorics], Nauka, Moscow, Russia.

Malyutin, E.V. (2026), “The use of digital technologies in teaching mathematics: from black-box systems to intelligent pedagogical environments”, *Razvitie obrazovaniya*, 9 (1), 36-46. DOI: 10.31483/r-152277. (In Russian).

Malyutin, E.V. (2026), “Wise Task: intelligent partnership in a digital educational environment”, *Mezhdunarodnyy nauchno-issledovatelskiy zhurnal*, 3 (165). DOI: 10.60797/IRJ.2026.165.47. (In Russia).

Naumov, I.S. and Vykhovanets, V.S. (2014), “Assessment of difficulty and complexity of learning tasks based on syntactic text analysis”, *Upravlenie bolshimi sistemami*, 48, 97-131. (In Russian).

Papert, S. (1989), *Perevorot v soznanii: deti, kompyutery i plodotvornye idei* [Mindstorms: Children, Computers, and Powerful Ideas], Pedagogika, Moscow, Russia.

Pozdnyakov, S.N. (2017), “Computer algebra system as a pedagogical problem”, *Kompyuternye instrumenty v obrazovanii*, 2, 25-41. (In Russian).

Rokhlin, V.A. (2004), “A lecture on teaching mathematics to non-mathematicians”, *Matematicheskoe prosveshchenie*, Series 3, 8, 21-36. (In Russian).

Abramovich, S., Malyutin, E. and Pozdniakov, S. (2025), “Mathematization through application and common sense: motivating intellectual activities of schoolchildren with digital tools”, *Digital*, 5 (3), Art. 41. DOI: 10.3390/digital5030041. (In Switzerland).

Bannon, L. and Bodker, S. (1997), “Constructing common information spaces”, *Proceedings of the Fifth European Conference on Computer Supported Cooperative Work*, Dordrecht, Netherlands, 81-96. DOI: 10.1007/978-94-015-7372-6_6. (In Netherlands).

Dahl, O.J. and Nygaard, K. (1966), “SIMULA – an ALGOL-based simulation language”, *Communications of the ACM*, 9 (9), 671-678. (In USA).

Dolgopolovas, V., Dagiene, V., Pozdniakov, S. and Liaptsev, A. (2022), “Developing computational thinking skills to foster student research: contemporary scientific education through modeling and simulations", in Rezaei, N. (ed.), *Integrated Education and Learning*, Integrated Science, 13, 417-443. DOI: 10.1007/978-3-031-15963-3_23. (In Germany).

Holmes, W. et al. (2022), "Artificial Intelligence in Education", *Computers & Education: Artificial Intelligence*, 3, Art. 100099. (In Netherlands).

Lavrenov, A. and Pozdniakov, S. (2025), "Interaction of students with an intelligent system for setting and solving combinatorial tasks", *Computers in the Schools*, 42 (3), 257-275. DOI: 10.1080/07380569.2024.2410906. (In USA).

Morgan, C. and Kynigos, C. (2014), "Digital artefacts as representations: forging connections between a constructionist and a social semiotic perspective", *Educational Studies in Mathematics*, 85, 357-379. DOI: 10.1007/s10649-013-9523-1. (In Netherlands).

Moroshkina, N.V., Savina, A.I., Ammalainen, A.V., Gershkovich, V.A., Zverev, I.V. and Lvova, O.V. (2022), "How difficult was it? Metacognitive judgments about problems and their solutions after the Aha moment", *Frontiers in Psychology*, 13, Art. 911904. DOI: 10.3389/fpsyg.2022.911904. (In Switzerland).

Nguyen, D.T. and Pham, Q.V. (2025), "The evolving landscape of AI integration in mathematics education: a systematic review of trends (2015–2025)", *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 21 (10), Art. em2714. DOI: 10.29333/ejmste/17078. (In UK).

Nievergelt, J. (1980), "A pragmatic introduction to courseware design", *IEEE Computer*, September, 7-21. (In USA).

Son, L.N., Tuyen, N.T.T., Tinh, P.T., Tu, N.X., Dinh, N.T., Huyen, L.T.T. and Trang, N.H. (2025), "Artificial intelligence in mathematics education: a bibliometric analysis in Scopus Database (2000-2024)", in Nghia, P.T. et al. (eds.), *Advances in Information and Communication Technology*, ICTA 2024, Lecture Notes in Networks and Systems, 1205, Springer, Cham, Germany, 403-410. DOI: 10.1007/978-3-031-80943-9_44. (In Germany).

Son, T. (2024), "Intelligent tutoring systems in mathematics education: a systematic literature review using the SAMR model", *Computers*, 13 (10), 270. DOI: 10.3390/computers13100270. (In Switzerland).

Star, S.L. (1989), "The structure of ill-structured solutions: boundary objects and heterogeneous distributed problem solving", in Gasser, L. and Huhns, M.N. (eds.), *Distributed Artificial Intelligence*, Pitman, London, UK.

Star, S.L. (2010), "This is not a boundary object: reflections on the origin of a concept", *Science, Technology, & Human Values*, 35 (5), 601-617. (In USA).

Star, S.L. and Griesemer, J.R. (1989), "Institutional ecology, 'translations' and boundary objects: amateurs and professionals in Berkeley's Museum of Vertebrate Zoology, 1907–39", *Social Studies of Science*, 19 (3), 387-420. (In UK).

Wiley, D.A. (2000), "Connecting learning objects to instructional design theory: a definition, a metaphor, and a taxonomy", in Wiley, D.A. (ed.), *The Instructional Use of Learning Objects*, Bloomington, USA.

Информация о конфликте интересов: автор не имеет конфликта интересов для декларации.
Conflicts of Interest: the author has no conflict of interests to declare.

Информация об авторе:
Малютин Егор Владимирович, аспирант, ассистент кафедры Алгоритмической математики, Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина).
Information about the authors:
Egor V. Malyutin, Postgraduate Student, Assistant at the Department of Algorithmic Mathematics, Saint Petersburg Electrotechnical University (LETI).