

УДК 004.942

DOI: 10.18413/2518-1092-2025-10-3-0-8

Ганичева А.В.¹
Ганичев А.В.²

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ УСВОЕНИЯ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

¹) Тверская государственная сельскохозяйственная академия,
ул. Маршала Василевского (Сахарово), 7, г. Тверь, 7170904, Россия

²) Тверской государственный технический университет,
наб. Аф. Никитина, 22, г. Тверь, 170026, Россия

e-mail: tgan55@yandex.ru, alexej.ganichev@yandex.ru

Аннотация

Проблема формирования знаний и профессиональных навыков будущих специалистов является важнейшей в учебном процессе. Особую актуальность данная проблема приобретает с внедрением в учебный процесс цифровых технологий. Объектом исследования является образовательная система получения, усвоения и оценивания знаний учащихся. Цель данной статьи – разработка новой математической модели усвоения обучаемыми учебного материала. Для осуществления данной цели математически описаны (формализованы в виде модели) процессы усвоения лекционного учебного материала с учетом коэффициентов запоминания и усвоения. Разработана модель борьбы процесса усвоения знаний с процессом не усвоения знаний. Рассмотрены ситуации обучения одного учащегося и группы обучаемых. В основу модели положен математический аппарат разностных схем. Введено новое понятие «ступора» в учебном процессе, получены формульные соотношения, определяющие его появление. Разработанные в статье модели позволяют исследовать учебный процесс и выработать рекомендации по его совершенствованию.

Ключевые слова: моделирование; знания; лекция; учащиеся; коэффициент; процесс усвоения материала; запоминание

Для цитирования: Ганичева А.В., Ганичев А.В. Математическая модель усвоения учебного материала // Научный результат. Информационные технологии. – Т.10, №3, 2025. – С. 80-88.
DOI: 10.18413/2518-1092-2025-10-3-0-8

Ganicheva A.V.¹
Ganichev A.V.²

MATHEMATICAL MODEL OF LEARNING MATERIAL ASSIMILATION

¹) Tver State Agricultural Academy,
7 Marshal Vasilevsky St. (Sakharovo), Tver, 7170904, Russia

²) Tver State Technical University,
22 nab. Af. Nikitin, Tver, 170026, Russia

e-mail: tgan55@yandex.ru, alexej.ganichev@yandex.ru

Abstract

The problem of formation of knowledge and professional skills of future specialists is the most important in the educational process. This problem becomes particularly relevant with the introduction of digital technologies into the educational process. The object of the research is the educational system of obtaining, assimilating and evaluating students' knowledge. The purpose of this article is to develop a new mathematical model of learners' learning of educational material. To achieve this goal, the processes of assimilation of lecture educational material are mathematically described (formalized in the form of a model), taking into account the coefficients of memorization and assimilation. The models developed in the article allow us to explore the learning process and develop recommendations for its improvement.

Keywords: modeling; knowledge; lecture; students; coefficient; process of assimilation of material; memorization

For citation: Ganicheva A.V., Ganichev A.V. Mathematical Model of Learning Material Assimilation // Research result. Information technologies. – T.10, №3, 2025. – P. 80-88.
DOI: 10.18413/2518-1092-2025-10-3-0-8

ВВЕДЕНИЕ

Внедрение в учебный процесс цифровых технологий делает проблему усвоения учебного материала особенно важной и актуальной.

Современное общество – общество, основанное на знаниях. Знания – это зафиксированная и проверенная практикой обработанная информация, которая использовалась и может многократно использоваться для принятия решений. Знания обобщают опыт, полученный человеком в ходе выполнения какой-либо практической деятельности, и представляют собой закономерности предметной области. Основной путь получения знаний – это запоминание и усвоение учебного материала в образовательных организациях. Получение и запоминание знаний в учебных заведениях высшего и среднего специального образования осуществляется преимущественно на лекционных занятиях. Несмотря на многообразие форм лекционных занятий, они имеют общую основу: во время их проведения осуществляется процесс борьбы процесса усвоения знаний с противоположным процессом не усвоения знаний. Имеется промежуточное состояние между этими процессами, которое назовем «ступор». Своевременное обнаружение данного состояния имеет особое значение при управлении учебным процессом, т.к. позволяет своевременно принять меры для вывода из него обучаемого или группы обучаемых.

Целью данной статьи является разработка математической модели процесса усвоения учебного материала, а также модели борьбы за качество данного процесса.

1. ОБЗОР НАУЧНЫХ ПУБЛИКАЦИЙ ПО МОДЕЛИРОВАНИЮ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Сложность и многогранность проблемы качественного усвоения учебного материала вызывает необходимость применения для ее решения метод педагогико-математического моделирования. Кратко рассмотрим основные направления исследований в данной области.

Концепция применения метода математического моделирования в образовательных системах сформулирована в статьях [9, 19]. В работе [22] отмечается, что математическое моделирование является мощным инструментом, который может быть использован для улучшения образования. Типология, особенности и классификация педагогических моделей рассмотрены в статьях [10, 11, 17]. В работе [21] рассмотрены различные подходы к интегрированию математического моделирования в процессы преподавания и обучения. Автор исследования [16] отмечает взаимосвязи между моделями обучения, математическим материалом и характером учащихся. Обзор литературы, отражающей различные точки зрения на рассматриваемую проблему в мировом сообществе, дан в статье [20]. В статье [5] математическая модель представления элементов образовательного процесса и построения траектории обучения рассматривается как основа для разработки образовательной информационной системы. С помощью математического моделирования, как показано в работе [4], можно исследовать различные компоненты учебного процесса. В статье [13] предложена классификация моделей, приведена доказательная база их применения для учебного процесса. Отдельные характеристики учебной информации как средства совершенствования учебного процесса рассмотрены в [4]. В статье [24] разработаны четыре математические модели эффективности обучения: 1) проверки знаний на экзаменах, 2) развития талантов, 3) карьерного роста, 4) модель повышения качества образования. Специальная панель инструментов оценки знаний разработана в [15].

Следует отметить, что многие разработанные в настоящее время модели учебного процесса обладают большой математической и вычислительной сложностью. Так, в работе [12] предлагается описывать процесс усвоения материала системой обыкновенных дифференциальных уравнений двенадцатого порядка.

Математические модели получения знаний, организации контрольно-проверочных мероприятий и оценки эффективности учебного процесса разработаны в статьях [1-3].

Наиболее близкими по решаемым задачам и используемому математическому аппарату к настоящей статье исследованиями являются работы [6-8]. В этих статьях рассматриваются разностные компьютерные модели дидактических систем «учитель-ученик». Следует отметить, что в этих исследованиях коэффициент понимания рассматривается зависящим только от одного фактора – сложности восприятия материала, а коэффициент усвоения – в диапазоне от 0,1 до 0,2. В предлагаемой работе рассматриваются коэффициенты запоминания и усвоения, которые могут определяться разными аспектами (сложностью предложенного материала, усвоением предыдущего материала, самочувствием обучаемого и т.д.).

2. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА УСВОЕНИЯ ЛЕКЦИОННОГО УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Рассмотрим усвоение лекционного учебного материала. Сначала рассмотрим одного учащегося. Пусть r_i – знания, полученные на i -ой лекции, R_i – суммарные значения, полученные им в результате прослушивания i лекций, α_i и β_i соответственно коэффициенты запоминания и усвоения, характеризующие долю предыдущего суммарного знания, которую получил и усвоил учащийся к началу лекции с номером i , т.е. $\alpha_i, \beta_i \in (0, 1 - \delta)$, $\delta = \text{const}$, $0 < \delta < 1$. При этом считаем, что имеет место равенство $R_1 = r_1$. Тогда имеет место формула:

$$R_i = r_i + \alpha_{i-1}\beta_{i-1}R_{i-1}, \quad i = \overline{2, m}. \quad (1)$$

Значения r_i оцениваются в баллах в результате либо летучек по основным понятиям лекции, либо в результате решения заданий на соответствующем практическом занятии. Коэффициенты α_i и β_i проверяются либо по анкетам психологической службы, либо с дублированием материала по предыдущим летучкам и заданиям. Может использоваться свертка баллов по решению летучек, задач и заданий, данных психологической службы. Коэффициенты дробные, каждое слагаемое делится на их общую сумму.

Пусть рассматривается учебная группа, состоящая из n учащихся, и j – порядковый номер учащегося в этой группе ($j = \overline{1, n}$), $\alpha_{j,i-1}$ и $\beta_{j,i-1}$ соответственно коэффициенты запоминания и усвоения j -ым учащимся материала, который он получит и усвоит к началу i -ой лекции, причем $\alpha_{ji}, \beta_{ji} \in (0, 1 - \delta_j)$, $0 < \delta_j < 1$, $\delta = \text{const}$, r_{ji} – знания j -го учащегося, полученные на i -ой лекции, R_{ji} – суммарные значения, полученные им после i лекций. Тогда получим:

$$R_{ji} = r_{ji} + \alpha_{j,i-1}\beta_{j,i-1}R_{j,i-1}, \quad (2)$$

и суммарные знания данной группы можно определить по формуле:

$$\sum_{j=1}^n R_{ji} = \sum_{j=1}^n r_{ji} + \sum_{j=1}^n \alpha_{j,i-1}\beta_{j,i-1}R_{j,i-1}. \quad (3)$$

Если поделить равенство (3) на n , то получим средние значения по группе, соответственно:

$$\bar{R}_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n R_{ji}, \quad \bar{r}_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n r_{ji}. \quad (4)$$

Тогда из выражения (3) получим:

$$\bar{R}_i = \bar{r}_i + \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \alpha_{j,i-1}\beta_{j,i-1}R_{j,i-1}. \quad (5)$$

Таким образом, среднее значение суммарного знания группы из n обучаемых, полученное в результате прослушивания i лекций, равно среднему значению суммарного знания на i -ой лекции с учетом коэффициентов запоминания и усвоения.

Однако,

$$\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \alpha_{j,i-1} \beta_{j,i-1} R_{j,i-1} = \frac{1}{n} \left(\sum_{j=1}^n \alpha_{j,i-1} \beta_{j,i-1} \right) \cdot \left(\sum_{k=1}^n R_{k,i-1} \right) -$$

$$- \frac{1}{n} \sum_{\substack{k,j=1 \\ k \neq j}}^n \alpha_{j,i-1} \beta_{j,i-1} R_{k,i-1} = \overline{\alpha_i \beta_i} \cdot \sum_{j=1}^n R_{j,i-1},$$

т.к. второе слагаемое правой части суммы равно нулю, а $\overline{\alpha_i \beta_i}$ – среднее значение произведений $\alpha_{j,i} \cdot \beta_{j,i}$ ($j = \overline{1, n}$). Отсюда с учетом соотношения (5) получаем:

$$\bar{R}_i = \bar{r}_i + \overline{\alpha_i \beta_i} \cdot \sum_{j=1}^n R_{j,i-1}, \quad (6)$$

т.е. формула (6) отличается от формулы (5) вторым слагаемым, которое равно среднему значению произведения коэффициентов запоминания и усвоения, умноженному на суммарное знание, полученное до i -ой лекции.

Из выражения (6) получаем это значение:

$$\overline{\alpha_i \beta_i} = (\bar{R}_i - \bar{r}_i) / \sum_{j=1}^n R_{j,i-1}. \quad (7)$$

Таким образом, коэффициент $\overline{\alpha_i \beta_i}$ равен частному от деления разности между средним значением суммарного знания группы при чтении i лекций и средним значением суммарного знания группы на i -ой лекции, деленной на суммарное значение знания группы до i -ой лекции.

Коэффициент $\overline{\alpha_i \beta_i}$ назовем обобщенным коэффициентом группового запоминания и усвоения.

Пусть $\alpha_{ji} = \alpha_j$, $\beta_{ji} = \beta_j$, $r_{ji} = \tilde{r}_j$, т.е. у учащегося с номером j коэффициенты усвоения и запоминания не изменяются. Тогда формула (1) преобразуется к виду:

$$R_i = \tilde{r}_j \frac{1 - (\alpha_j \beta_j)^i}{1 - (\alpha_j \beta_j)}. \quad (8)$$

Не нарушая общности, рассмотрим доказательство этой формулы для случая $j=1, i=5$. Имеем следующее соотношение:

$$R_5 = \tilde{r}_1 + \alpha_1 \beta_1 R_4 = \tilde{r}_1 + \alpha_1 \beta_1 (\tilde{r}_1 + \alpha_1 \beta_1 (\tilde{r}_1 + \alpha_1 \beta_1 (\tilde{r}_1 + \alpha_1 \beta_1 (\tilde{r}_1 + \alpha_1 \beta_1 \tilde{r}_1)))) =$$

$$= \tilde{r}_1 + \alpha_1 \beta_1 \tilde{r}_1 + \alpha_1^2 \beta_1^2 \tilde{r}_1 + \alpha_1^3 \beta_1^3 \tilde{r}_1 + \alpha_1^4 \beta_1^4 \tilde{r}_1 = \tilde{r}_1 \frac{1 - (\alpha_1 \beta_1)^5}{1 - (\alpha_1 \beta_1)}.$$

3. МОДЕЛЬ БОРЬБЫ ПРОЦЕССА УСВОЕНИЯ ЗНАНИЙ С ПРОЦЕССОМ НЕ УСВОЕНИЯ ЗНАНИЙ

Рассмотрим модель борьбы процесса усвоения знаний с процессом не усвоения знаний. Сначала рассмотрим эту модель для одного учащегося.

Тогда усвоение происходит по модели (1), а не усвоение пусть описывается аналогичной формулой (но при этом $Q_i < 0$):

$$Q_i = q_i + \gamma_{i-1} \delta_{i-1} Q_{i-1}, \quad i = \overline{2, m}$$

и $Q_1 = q_1$.

Здесь γ_{i-1} и δ_{i-1} – соответственно коэффициенты не усвоения и не запоминания. Эти коэффициенты определяются либо по баллам решения задач и заданий, либо по результатам анкетирования психологической службы. Причем чем хуже результат, тем отрицательное число, соответствующее данному показателю, больше по модулю. При этом рассматриваются приведенные коэффициенты, т.е. с учетом деления на их общую сумму. Отрицательные

коэффициенты в этой сумме берутся по модулю, т.е. общая сумма приведенных коэффициентов равна единице.

Рассмотрим лекцию с номером i .

Предположим, что $r_i q_i < 0$, т.е. $q_i < 0$. Кроме того, $|q_i| > \gamma_{i-1} \delta_{i-1} Q_{i-1}$. Тогда усвоение побеждает не усвоение, если $|Q_i| < R_i$, не усвоение побеждает усвоение, если $|Q_i| > R_i$, если $|Q_i| = R_i$, то имеет место, так называемое в психологии состояние «ступора». В учебном процессе это ситуация ожидания и отсутствия реакции на поступающую на лекции информацию. Данная ситуация может измениться в ту или иную сторону под воздействием внутренних и внешних факторов учебного процесса. Например, обучаемый отвлекся и перестал понимать излагаемый преподавателем материал, но своевременное замечание или пояснение помогло ему понять и освоить пропущенный фрагмент изучаемого материала. Возможно и противоположное развитие ситуации: обучаемый продолжил отвлекаться и перестал понимать суть данного фрагмента, а возможно и последующих, дидактически связанных с ним.

В первом случае принимается решение о том, что процесс усвоения происходит нормально, во втором случае необходимы соответствующие меры (беседы, дополнительные задания и консультации). Рассмотрим подробно третий случай. Для него имеем:

$$r_i + \alpha_{i-1} \beta_{i-1} R_{i-1} + q_i + \gamma_{i-1} \delta_{i-1} Q_{i-1} = 0. \quad (9)$$

Предположим, что во время «ступора» $r_i = -q_i$. Тогда выражение (9) принимает следующий вид:

$$\alpha_{i-1} \beta_{i-1} R_{i-1} = \gamma_{i-1} \delta_{i-1} |Q_{i-1}|,$$

при этом получается равенство $|Q_i| = R_i$.

В этом случае получаем:

$$\alpha_{i-1} \beta_{i-1} = -\gamma_{i-1} \delta_{i-1}, \quad (10)$$

т.е. произведение коэффициентов запоминания и усвоения материала, предшествующего i -ой лекции, равно соответствующему произведению коэффициентов не запоминания и не усвоения.

Из выражения (10) можно найти номер лекции, на которой произойдет «ступор» у данного учащегося, а именно:

$$\alpha_{i-1} \beta_{i-1} = (1 - \alpha_{i-1})(1 - \beta_{i-1}), \text{ т.е. } \alpha_{i-1} \beta_{i-1} = 1. \quad (11)$$

Коэффициенты известны, находим номер лекции $i - 1$ для выполнения условия (11).

Рассмотрим данный вопрос для группы из n обучаемых. В этом случае имеет место формула не усвоения, аналогичная формуле (8), но с данными по не усвоению, т.е. получаем выражение:

$$Q_i = \tilde{q}_j \frac{1 - (\gamma_j \delta_j)^i}{1 - (\gamma_j \delta_j)}. \quad (12)$$

В случае «ступора» группы $|Q_i| = R_i$ и предполагаем, что $r_j = q_j$. Тогда имеет место соотношение

$$\frac{1 - (\alpha_j \beta_j)^i}{1 - (\alpha_j \beta_j)} = \frac{1 - (\gamma_j \delta_j)^i}{1 - (\gamma_j \delta_j)}. \quad (13)$$

Обозначим для краткости, но не нарушая общности, $\gamma_j \delta_j$ через a , $\alpha_j \beta_j$ – через b . Воспользуемся свойством пропорции и преобразуем (13) к следующему виду:

$$1 - a - b^i + ab^i = 1 - b - a^i + ba^i.$$

Отсюда получаем формулу:

$$(a - 1)(b^i - 1) = (b - 1)(a^i - 1),$$

или имеет место равенство:

$$\frac{1-a}{1-b} = \frac{1-a^i}{1-b^i}. \quad (14)$$

Представим выражения $1-a^i$ и $1-b^i$ в виде:

$$1-a^i = (1-a)(a^{i-1} + a^{i-2} + \dots + a + 1);$$

$$1-b^i = (1-b)(b^{i-1} + b^{i-2} + \dots + b + 1).$$

С учетом этих двух соотношений выражение (14) преобразуется к следующему виду:

$$b^{i-1} + b^{i-2} + \dots + b + 1 - (a^{i-1} + a^{i-2} + \dots + a + 1) = 0. \quad (15)$$

Пусть $b = ka$, тогда из выражения (15) получаем:

$$a^{i-1}(k^{i-1} - 1) + a^{i-2}(k^{i-2} - 1) + \dots + a(k - 1) = 0.$$

Заметим, что если $k > 1$, то левая часть последнего равенства больше, чем нуль, если $k < 1$, то левая часть меньше, чем нуль. Равенство достигается в том и только в том случае, когда $k = 1$, т.е. имеет место равенство $b = a$. В этом случае выполняется условие $\gamma_j \delta_j = \alpha_j \beta_j$.

Таким образом, соотношение $\gamma_j \delta_j = \alpha_j \beta_j$ является необходимым и достаточным условием для «ступора» группы при условии, что коэффициенты усвоения и запоминания, а также коэффициенты не усвоения и не запоминания для каждого учащегося не изменяются от лекции к лекции.

Данное обстоятельство подтверждает известный результат педагогических исследований о том, что процесс изложения учебного материала должен происходить с увеличением количества знаний в течение учебного процесса (так называемый процесс непрерывного обучения). Непрерывное обучение достигается качественным составлением учебного плана подготовки специалистов данного профиля и планов изучаемых дисциплин в течение всего периода обучения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основными результатами данной статьи являются:

- 1) разработана модель усвоения лекционного учебного материала одним учащимся и группой обучающихся;
- 2) получена формула обобщенного коэффициента группового запоминания и усвоения;
- 3) доказано утверждение о том, что знания, полученные j -ым учащимся в результате прослушивания i -ой лекции при условии, что коэффициенты запоминания и усвоения от лекции к лекции не изменяются, выражаются через сумму геометрической прогрессии.
- 4) разработана модель борьбы процесса усвоения знаний с процессом не усвоения знаний для одного учащегося и группы обучающихся;
- 5) получены условия, когда усвоение побеждает не усвоение и наоборот, когда не усвоение доминирует над усвоением;
- 6) введено понятие «ступора» в учебном процессе, когда отсутствует реакция на поступающую на лекции информацию;
- 7) получены формульные соотношения, позволяющие распознать его появление.

Направлением дальнейших исследований является адаптация разработанных моделей к условиям наличия нечеткой, неполной и плохо структурированной информации об учебном процессе, а также использование подхода, объединяющего количественные и качественные методы сбора данных [18]. Многие направления перспективных исследований в области математического моделирования в образовании сформулированы в монографии [23].

Список литературы

1. Ганичева А.В. Моделирование показателей учебного процесса // В мире научных открытий. – 2011. – № 10-2 (22). – С. 1016.

2. Ганичева А.В. Оптимальное решение и оценка полезности организационных вопросов // Ярославский педагогический вестник. – 2011. – Т. 3. – № 2. С. 53.
3. Ганичева А.В. Оценка эффективности процесса обучения // Интеллект. Инновации. Инвестиции. – 2011. – № 2. – С. 134-137.
4. Гефан Г.Д. Подходы к математическому моделированию учебного процесса // Тенденции развития науки и образования. – 2024. – № 111-1. – С. 60-63.
5. Киселева О.М., Быков А.А., Скуратова Н.А. Математическая модель как основа для разработки образовательной информационной системы // Естественные и технические науки. – 2023. – № 10 (185). – С. 12-16.
6. Майер Р.В. Закономерности усвоения, забывания и имитационное моделирование обучения // Инновации в образовании. – 2017. – № 5. – С. 145-152.
7. Майер Р.В. Методология компьютерного моделирования дидактических систем «учитель-ученик» // Вестник педагогического опыта. – 2024. – № 4 (62). – С. 14-21.
8. Майер Р.В. Модель дидактического процесса, учитывающая распределение элементов учебного материала по сложности // Ученые записки Крымского федерального университета имени В.И. Вернадского. Социология. Педагогика. Психология. – 2021. – Т. 7 (73). – № 4. – С. 94-104.
9. Нахман А.Д. Компетенция математического моделирования в контексте современной образовательной парадигмы // Научное обозрение. Педагогические науки. – 2017. – № 3. – С. 71-79.
10. Писаренко В.И. Педагогические модели: типология и особенности // Проблемы современного образования. – 2024. – № 1. – С. 58-76.
11. Сапронов В.А. Классификация моделей в педагогике // Педагогика и просвещение. – 2024. – № 1. – С. 84-100.
12. Титов Б.А., Рябинова Е.Н. Математическая модель усвоения учебного материала // Проблемы и перспективы развития двигателестроения: материалы межд. науч.-техн. конф. Ч. 1. – Самара: СГАУ, 2011. – С. 117-118.
13. Тишина Е.М. Методологические основы использования принципов математического моделирования в учебном процессе // Образование и наука в современном мире. – Инновации. – 2018. – № 5 (18). – С. 28-33.
14. Чуйко Л.В., Капацина Н.П. Моделирование учебной информации как условие оптимального управления процессом обучения // Вестник Приднестровского университета. Серия: Гуманитарные науки. – 2017. – № 1 (55). – С. 92-98.
15. An Analytical Dashboard of Collaborative Activities for the Knowledge Building / C. Gutiérrez-Braojos [et al.] // Technology, Knowledge and Learning. – 2023. – P. 1-27.
16. Analysis of Learning Model and Mathematical Material to Build Students' Character through / S. Fadillah [et al.] // Mathematics Learning Journal Of Education, Teaching and Learning. – 2019. – 4 (2). – P. 345-349.
17. Bakwai B., Yisa H.M. Mathematical modelling: a scientific tool in educational management // Al-hikma Journal of Education. – 2014. – 1 (2). – P. 38-46.
18. Bulut N., Ferri R.B. Mathematical Modelling and Education for Sustainable Development in Pre-Service Primary Teacher Education // Educ. Sci. – 2025. 15 (2), 248 p.
19. Montejo-Gámez J., Fernández-Ahumada E., Adamuz-Povedano N. A Tool for the Analysis and Characterization of School Mathematical Models / C. Gutiérrez-Braojos [et al.] // Mathematics. – 2021. – 9 (13). – P. 1569.
20. Five different perspectives on mathematical modeling in mathematics education / A. Abassian A. [et al.] // Investigations in Mathematics Learning. – 2020. – 12 (1). – P. 53-65.
21. Kaiser G. Mathematical Modelling and Applications in Education // Encyclopedia of Mathematics Education. Springer, Cham. – 2020. P. 553-561.
22. Kumar M., Behera B. Mathematical Modelling: A Pedagogical Tool for Competency-Based Learning // Asian Journal for Mathematics Education. – 1 (3). – P. 359-380.
23. Stillman G.A., Brown J.P. Lines of Inquiry in Mathematical Modelling Research in Education: Monograph. Springer ICME-13, 2019. – 259 p.
24. Sun B. Mathematical Models of Learning Efficiency // EURASIA. Journal of Mathematics Science and Technology Educatio. – 2017. – 13 (7). P. 4261-4270.

References

1. Ganicheva A.V. Modeling of educational process indicators // In the World of Scientific Discoveries. – 2011. No. 10-2 (22). – P. 1016.
2. Ganicheva A.V. Optimal solution and assessment of the usefulness of organizational issues // Yaroslavl Pedagogical Bulletin. – 2011. – Vol. 3. – No. 2. – P. 53.
3. Ganicheva A.V. Assessment of the effectiveness of the learning process // Intelligence. Innovation. Investments. – 2011. – No. 2. – P. 134-137.
4. Gefan G.D. Approaches to mathematical modeling of the educational process // Trends in the development of science and education. – 2024. – No. 111-1. – P. 60-63.
5. Kiseleva O.M., Bykov A.A., Skuratova N.A. Mathematical Model as a Basis for Developing an Educational Information System // Natural and technical sciences. – 2023. – No. 10 (185). – P. 12-16.
6. Majer R.V. Patterns of Assimilation, Forgetting, and Simulation Modeling of Learning // Innovations in Education. – 2017. No. 5. – P. 145-152.
7. Majer R.V. Methodology of Computer Modeling of Teacher-Student Didactic Systems // Bulletin of Pedagogical Experience. – 2024. – No. 4 (62). – P. 14-21.
8. Majer R.V. Model of the Didactic Process Taking into Account the Distribution of Elements of Educational Material by Complexity // Scientific Notes of V.I. Vernadsky Crimean Federal University. Sociology. Pedagogy. Psychology. – 2021. – Vol. 7 (73). – No. 4 – P. 94-104.
9. Nahman A.D. Competence of mathematical modeling in the context of the modern educational paradigm // Scientific Review. Pedagogical Sciences. – 2017. – No. – P. 71-79.
10. Pisarenko V.I. Pedagogical models: typology and features // Problems of modern education. – 2024. – No. 1 – P. 58-76.
11. Sapronov V.A. Classification of models in pedagogy // Pedagogy and education. – 2024. – No. 1. – P. 84-100.
12. Titov B.A., Ryabinova E.N. Mathematical model of assimilation of educational material // Problems and prospects of development of engine building: Proc. of the Int. Scientific and Technical Conf. Part 1. – Samara: SGAU, 2011. – P. 117-118.
13. Tishina E.M. Methodological foundations for using the principles of mathematical modeling in the educational process // Education and Science in the Modern World. Innovations. – 2018. – No. 5 (18). – P. 28-33.
14. Chuyko L.V., Kapatsina N.P. Modeling educational information as a condition for optimal management of the learning process // Bulletin of the Pridnestrovian University. Series: Humanities. – 2017. – No. 1 (55). – P. 92-98.
15. An Analytical Dashboard of Collaborative Activities for the Knowledge Building / C. Gutiérrez-Braojos [et al.] // Technology, Knowledge and Learning. – 2023. – P. 1-27.
16. Analysis of Learning Model and Mathematical Material to Build Students' Character through / S. Fadillah [et al.] // Mathematics Learning Journal Of Education, Teaching and Learning. – 2019. – 4 (2). – P. 345-349.
17. Bakwai B., Yisa H.M. Mathematical modelling: a scientific tool in educational management // Al-hikma Journal of Education. – 2014. -1 (2). – P. 38-46.
18. Bulut N., Ferri R.B. Mathematical Modelling and Education for Sustainable Development in Pre-Service Primary Teacher Education // Educ. Sci. – 2025. 15 (2), 248 p.
19. Montejo-Gámez J., Fernández-Ahumada E., Adamuz-Povedano N. A Tool for the Analysis and Characterization of School Mathematical Models / C. Gutiérrez-Braojos [et al.] // Mathematics. – 2021. – 9 (13). – P. 1569.
20. Five different perspectives on mathematical modeling in mathematics education / A. Abassian A. [et al.] // Investigations in Mathematics Learning. – 2020. – 12 (1). – P. 53-65.
21. Kaiser G. Mathematical Modelling and Applications in Education // Encyclopedia of Mathematics Education. Springer, Cham. – 2020. P. 553–561.
22. Kumar M., Behera B. Mathematical Modelling: A Pedagogical Tool for Competency-Based Learning // Asian Journal for Mathematics Education. – 1 (3). – P. 359-380.
23. Stillman G.A., Brown J.P. Lines of Inquiry in Mathematical Modelling Research in Education: Monograph. Springer ICME-13, 2019. – 259 p.
24. Sun B. Mathematical Models of Learning Efficiency // EURASIA. Journal of Mathematics Science and Technology Educatio. – 2017. – 13 (7). P. 4261-4270.

Ганичева Антонина Валериановна, кандидат физико-математических наук, доцент, профессор кафедры физико-математических дисциплин и информационных технологий, Тверская государственная сельскохозяйственная академия, г. Тверь, Россия

Ганичев Алексей Валерианович, старший преподаватель кафедры информатики и прикладной математики, Тверской государственный технический университет, г. Тверь, Россия

Ganicheva Antonina Valerianovna, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Professor of the Department Physical and Mathematical Disciplines and Information Technology, Tver State Agricultural Academy, Tver, Russia

Ganichev Alexey Valerianovich, Senior lecturer of the Department of Informatics and Applied Mathematics, Tver State Technical University, Tver, Russia